総観規模気象学

Naoki Matsumoto

平成 26 年 3 月 27 日

1　基本方程式系

これから記述する総観規模の気象学における基本方程式系は次の方程式の組とする.

$$\frac{du}{dt} - fv = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{1.1}$$

$$\frac{dv}{dt} + fu = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{1.2}$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g \tag{1.3}$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\nabla\cdot\mathbf{v} = 0 \tag{1.4}$$

$$p = \rho RT \tag{1.5}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta}{C_p T}\dot{Q} \tag{1.6}$$

2　スケール解析

総観規模における重要な項を抜き出すため、観測事実から見積もられた特徴的な量の大きさを書き出す.(表 1)

3　準地衡風方程式系

β面近似を施すため

$$f = f_0 + \beta y \tag{3.1}$$

断熱かつ非粘性過程を仮定して、これから準地衡風近似する方程式系は以下のものとする。

$$\frac{du}{dt} - (f_0 + \beta y)v = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{3.2}$$

表 1: 基本変数のスケール

	記号	大きさを表す記号	大きさ	次元
水平速度	u, v	U	10	m/s
鉛直速度	w	W	10^{-1}	m/s
水平スケール	x, y	L	10^6	m
鉛直スケール	z	D	10^4	m
時間スケール	t	T	10^5	s
水平気圧勾配	Δp	ΔP	10	hPa
コリオリパラメター	f		10^{-4}	s^{-1}
重力	g		10	ms^{-2}
大気密度	ρ		1	kgm^{-3}
地球半径	a		10^7	m
水平微分	$\frac{\partial}{\partial x}$	1/L	10^{-6}	m^{-1}
時間微分	$\frac{\partial}{\partial t}$	1/T=U/L	10^7	m

$$\frac{dv}{dt} + (f_0 + \beta y)u = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \tag{3.4}$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0 \tag{3.5}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 0 \tag{3.6}$$

無次元化変数は次のとおり.

$$p = p_s(1 + \frac{\rho_s}{p_s} f_0 L U p^*) \tag{3.7}$$

$$\rho = \rho_s(1 + \varepsilon F \rho^*) \tag{3.8}$$

$$\theta^* = \frac{1}{\gamma}\frac{\rho_s g D}{p_s} p^* - \rho^* \tag{3.9}$$

4 無次元化方程式系/Rossby 数展開

4.1 無次元化方程式系

無次元化された方程式系は以下の通り.

$$\varepsilon\frac{du^*}{dt^*} - (1 + \varepsilon\beta^* y^*)v^* = \frac{1}{1 + \varepsilon F \rho^*}\frac{\partial p^*}{\partial x^*} \tag{4.1}$$

$$\varepsilon\frac{dv^*}{dt^*} + (1+\varepsilon\beta^* y^*)u^* = \frac{1}{1+\varepsilon F\rho^*}\frac{\partial p^*}{\partial y^*} \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial z^*}(\rho_s p^*) = -\rho_s\rho^* \tag{4.3}$$

$$\varepsilon F\frac{d\rho^*}{dt^*} + (1+\varepsilon F\rho^*)\left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{1}{\rho_s}\frac{\partial}{\partial z}(\rho_s w^*)\right) = 0 \tag{4.4}$$

$$\varepsilon F\frac{d\rho^*}{dt^*} + (1+\varepsilon F\theta^*)\frac{1}{\theta_s}\frac{d\theta_s}{dz^*}w^* = 0 \tag{4.5}$$

4.2 $O(1)$ の式

$$v_0^* = \frac{\partial p_0^*}{\partial x^*} \tag{4.6}$$

$$u_0^* = -\frac{\partial p_0^*}{\partial y^*} \tag{4.7}$$

$$\rho^* = -\frac{1}{\rho_s}\frac{\partial}{\partial z^*}(\rho_s p_0^*) \tag{4.8}$$

$$\frac{\partial u_0^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_0^*}{\partial y^*} + \frac{1}{\rho_s}\frac{\partial}{\partial z^*}(\rho_s w_0^*) = 0 \tag{4.9}$$

$$w_0^* = 0 \tag{4.10}$$

$$\theta_0^* = \frac{\partial p_0^*}{\partial z^*} \tag{4.11}$$

4.3 $O(\varepsilon)$ の式

$$\left(\frac{\partial}{\partial t^*} + u_0^*\frac{\partial}{\partial x^*} + v_0^*\frac{\partial}{\partial y^*}\right)u_0^* - v_1^* - \beta^* y^* v_0^* = -\frac{\partial p_1}{\partial x^*} \tag{4.12}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t^*} + u_0^*\frac{\partial}{\partial x^*} + v_0^*\frac{\partial}{\partial y^*}\right)v_0^* + u_1^* - \beta^* y^* u_0^* = \frac{\partial p_1}{\partial y^*} \tag{4.13}$$

$$\rho_1^* = -\frac{1}{\rho_s}\frac{\partial}{\partial z^*}(\rho_s p_1) \tag{4.14}$$

$$\frac{\partial u_1^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_1^*}{\partial y^*} + \frac{1}{\rho_s}\frac{\partial}{\partial z^*}(\rho_s w_1^*) = 0 \tag{4.15}$$